

수치해석

2016년 시행 5급 공채(기술) 제2차시험

응시번호 :

성명 :

제 1 문. 오일러 방법을 이용하여 구간 $I=[a, b]$ 에서 초기값 문제 $\frac{dy}{dx}=f(x, y)$,

$y(a)=y_0$ 의 근사해를 구하려고 한다. 구간 I 를 N 등분하여 $h=\frac{b-a}{N}$,

$x_n=a+nh$ 라 하고, $y(x_n)$ 의 근사값을 y_n 이라 하자. (단, $n=0, 1, 2, \dots, N$)

다음 물음에 답하시오. (총 10점)

- 1) 테일러 정리를 이용하여 오일러 방법을 유도하시오. (6점)
- 2) 오일러 방법을 이용하여 다음 초기값 문제에서 $I=[0, 2]$, $N=2$ 일 때 y_2 의 값을 구하시오. (4점)

$$\frac{dy}{dx}=x-2e^x-y+1, y(0)=2$$

제 2 문. 구간 $[0, 1]$ 에서 연속인 함수 $f(x)$ 의 정적분을 다음과 같이 수치적 적분으로 근사하려고 한다.

$$\int_0^1 f(x) dx \approx a(f(x_0)+f(x_1))$$

다음 물음에 답하시오. (총 10점)

- 1) $f(x)$ 가 2차 이하의 다항함수일 때 수치적 적분값과 정적분의 값이 같아지도록 하는 상수 a, x_0, x_1 을 구하시오. (단, $x_0 < x_1$) (5점)
- 2) 1)에서 구한 a, x_0, x_1 을 이용하여 $\int_{\frac{1}{2}}^1 x^3 dx$ 의 수치적 적분을 구하시오. (5점)

제 3 문. 실수 α 가 다음과 같이 주어져 있다.

$$\alpha = 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \dots}}}$$

다음 물음에 답하시오. (총 10점)

- 1) α 의 값을 구하시오. (3점)
- 2) 고정점 반복법 $x_{n+1}=g(x_n)$ ($n=0, 1, 2, \dots$)을 이용하여 α 를 구하려고 한다. 초기값 $x_0 \in [1, 2]$ 에 대하여 고정점 반복법에 의한 수열 $\{x_n\}$ 이 α 로 수렴하도록 함수 $g(x)$ 를 구하고, 수렴하는 이유를 설명하시오. (7점)

제 4 문. 벡터 $\mathbf{z} = \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2$ 와 행렬 $A \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ 에 대한 노름(norm)이 다음과 같다.

$$\|\mathbf{z}\|_2 = \sqrt{z_1^2 + z_2^2}, \quad \|\mathbf{z}\|_\infty = \max_{1 \leq i \leq 2} |z_i|$$

$$\|A\|_2 = \max_{\|\mathbf{z}\|_2=1} \|A\mathbf{z}\|_2, \quad \|A\|_\infty = \max_{1 \leq i \leq 2} \sum_{j=1}^2 |a_{ij}|$$

$R(\theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$ 는 원점을 중심으로 θ ($0 \leq \theta \leq 2\pi$) 만큼 회전 변환을 나타내는 행렬이다. 다음 물음에 답하시오. (총 20점)

- 1) $\|R(\theta)\|_\infty$ 를 θ 의 식으로 나타내고, 최솟값과 최댓값을 구하시오. (5점)
- 2) $\|R(\theta)\|_2$ 이 모든 θ 에 대하여 같은 값을 가짐을 보이시오. (5점)
- 3) 행렬노름 $\|\cdot\|_2$ 에 대한 행렬 $R(\theta)$ 의 조건수(condition number) $\kappa_2(R(\theta))$ 를 구하시오. (5점)
- 4) $\|R(\theta)\|_\infty$ 가 최대가 되는 θ 에 대하여 행렬노름 $\|\cdot\|_\infty$ 에 대한 행렬 $R(\theta)$ 의 조건수 $\kappa_\infty(R(\theta))$ 를 구하시오. (5점)

인사혁신처 시험출제과장