

수치해석

2013년 시행 5급(기술) 공채 제2차시험

응시번호 :

성명 :

제 1 문. 임의의 작은 $h > 0$ 에 대하여 충분히 미분가능한 함수 f 가 다음 근사식을 만족한다. 다음 물음에 답하시오. (총 10점)

$$f'(x) = \frac{1}{h} (\alpha f(x) + \beta f(x+h) + \gamma f(x+3h)) + O(h^k)$$

- 1) $k=1$ 인 경우, α, β, γ 의 값이 무한히 많이 존재함을 보이시오. (5점)
- 2) $k=2$ 인 경우, α, β, γ 의 값을 구하시오. (5점)

제 2 문. x 축 위의 서로 다른 세 점 x_1, x_2, x_3 와 그에 대응하는 함수값 f_1, f_2, f_3 가 있다. 최소제곱법을 이용하여 세 점 $(x_1, f_1), (x_2, f_2), (x_3, f_3)$ 을 근사하는 직선 $y = ax + b$ 를 구하려고 한다. 다음 물음에 답하시오. (총 15점)

- 1) 세 점 $(x_1, f_1), (x_2, f_2), (x_3, f_3)$ 이 모두 직선 $y = ax + b$ 위에 있는 경우, 이를 나타내는 선형방정식 $A \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = F$ 를 구체적으로 서술하시오. (5점)
- 2) $A^T A$ 의 역행렬이 존재함을 보이고, 역행렬을 구하시오. (단, A^T 는 A 의 전치행렬이다) (5점)
- 3) 위 2)의 결과를 이용하여 $(x_1, f_1) = (-1, 1), (x_2, f_2) = (0, 1), (x_3, f_3) = (1, 2)$ 일 때, 직선 $y = ax + b$ 를 구하시오. (5점)

제 3 문. 초기값 문제 $\frac{dy}{dx} = f(x), y(0) = 0$ 의 풀이법인 Euler 방법($y_{k+1} = y_k + hf(x_k), (k=0, 1, 2, 3, \dots)$)을 이용하여 $\int_0^1 \sin(\pi x) dx$ 의 근사값을 계산하시오. (단, $x_0 = 0, y_0 = 0, h = \frac{1}{4}$ 이다) (10점)

제 4 문. 다음 반복법에 대하여 물음에 답하시오. (총 15점)

$$x_{n+1} = Ax_n + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, (n \geq 0) \quad (\text{단, } A = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{2} & 0 \\ -\frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & -\frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix}, x_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \text{이다})$$

- 1) 행렬 A 의 spectral radius ρ 를 구하시오. (5점)
- 2) 위 반복법이 수렴하는 이유를 설명하시오. (5점)
- 3) $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$ 를 구하시오. (5점)

안전행정부 시험출제과장