

# 통 계 학

2021년도 국가공무원 5급[행정] 공개경쟁채용 제2차시험

응시번호 :

성명 :

제 1 문. 단순선형회귀모형  $Y_i = \alpha + \beta x_i + \epsilon_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ 이 주어져 있다고 하자.

다음 물음에 답하시오. (단,  $\epsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$ 을 따르며, 서로 독립이다)

(총 10점)

- 1) 최소제곱법(method of least squares)을 이용하여 절편과 기울기의 추정량  $\hat{\alpha}$ 과  $\hat{\beta}$ 의 유도과정을 기술하시오. (3점)
- 2)  $E(\hat{\beta})$ 과  $Var(\hat{\beta})$ 을 구하는 과정을 기술하시오. (3점)
- 3) 소득( $x$ )이 소비지출( $Y$ )에 어떠한 영향을 미치는가를 알아보기 위해 10가구를 임의로 추출하여 조사한 결과 다음과 같은 자료를 얻었다. 최소제곱법에 의해 적합된 회귀식을 구한 후, 소득이 300만 원인 가구의 평균 소비지출 금액의 예측값을 구하시오. (단위: 만 원) (4점)

- 소득: 표본평균  $\bar{x} = 250$ , 표본표준편차  $s_x = 50$
- 소비지출: 표본평균  $\bar{y} = 200$ , 표본표준편차  $s_y = 30$
- 소득과 소비지출의 표본상관계수:  $r = 0.9$

제 2 문. 확률변수  $X_1$ 과  $X_2$ 가 아래의 결합확률밀도함수(joint probability density function)를 가진다. 다음 물음에 답하시오. (단,  $\lambda > 0$ ) (총 15점)

$$f(x_1, x_2) = \begin{cases} \lambda^2 e^{-\lambda(x_1 + x_2)}, & x_1 > 0, x_2 > 0 \\ 0, & \text{그 밖의 경우} \end{cases}$$

- 1)  $Y = X_1 + X_2$ 와  $Z = \frac{X_1}{X_2}$ 의 결합확률밀도함수를 구하시오. (5점)
- 2) 확률변수  $Y$ 의 주변확률밀도함수(marginal probability density function)를 구하시오. (5점)
- 3) 확률변수  $Z$ 의 주변확률밀도함수를 구하시오. (5점)

제 3 문. 확률변수  $\lambda$ 는 형태모수가  $a$ 이고, 척도모수가  $b$ 인 감마분포를 따른다. 여기서  $a$ 와  $b$ 는 알려진 자연수이다. 확률변수  $\lambda$ 가 주어졌을 때, 두 확률변수  $X$ 와  $Y$ 는 서로 독립이고, 모수가  $\lambda$ 인 포아송분포를 각각 따른다. 즉, 모수가  $\lambda$ 인 포아송분포의 확률질량함수는 다음과 같다.

$$f(y|\lambda) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^y}{y!}, y = 0, 1, 2, \dots$$

또한 형태모수가  $a$ 이고, 척도모수가  $b$ 인 감마분포의 확률밀도함수는 다음과 같다.

$$f(\lambda|a, b) = \frac{b^a}{\Gamma(a)}\lambda^{a-1}e^{-b\lambda}, \lambda \geq 0$$

그리고  $X=x$ 가 주어졌을 때,  $\lambda$ 의 조건부분포는 형태모수가  $a+x$ 이고, 척도모수가  $b+1$ 인 감마분포를 따른다. 다음 물음에 답하시오. (총 25점)

- 1)  $f(y|x) = \int f(y|\lambda)f(\lambda|x)d\lambda$ 을 증명하시오. (10점)
- 2)  $X=x$ 가 주어졌을 때,  $Y$ 의 조건부분포를 유도하는 계산 과정을 기술하고, 분포의 명칭을 기술하시오. (15점)

## 인사혁신처 시험출제과장