

통 계 학

2019년도 국가공무원 5급[행정] 공개경쟁채용 제2차시험

응시번호 :

성명 :

제 1 문. 확률변수 X 와 Y 는 서로 독립이고, X 의 확률밀도함수(probability density function) $f_X(\cdot)$ 와 Y 의 확률밀도함수 $f_Y(\cdot)$ 는 다음과 같다.

$$f_X(x) = \lambda e^{-\lambda x}, \quad x > 0 \quad (\text{단, } \lambda \text{는 양의 상수})$$

$$f_Y(y) = \lambda^2 y e^{-\lambda y}, \quad y > 0 \quad (\text{단, } \lambda \text{는 양의 상수})$$

다음 물음에 답하시오.

(총 20점)

- 1) $V = \frac{X}{X+Y}$ 와 $W = X+Y$ 는 서로 독립임을 보이고, V 의 확률밀도함수를 구하시오. (10점)
- 2) 임의의 양의 값 x_0 이 주어졌을 때, $E(X|X > x_0)$ 을 구하시오. (5점)
- 3) 확률변수 X 와 Y 가 각각 x 와 y 로 관측되었을 때, λ 의 최대가능도추정량(maximum likelihood estimator)을 구하시오. (5점)

제 2 문. 양의 값을 가지는 연속확률변수 T 에 대하여 위험함수(hazard function) $h(t)$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$h(t) = \lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{P(t \leq T < t + \delta | T \geq t)}{\delta}$$

다음 물음에 답하시오.

(총 15점)

- 1) T 의 확률밀도함수와 누적분포함수(cumulative distribution function)를 각각 $f(t)$ 와 $F(t)$ 라고 할 때, 위험함수 $h(t)$ 는 다음과 같음을 보이시오. (5점)

$$h(t) = \frac{f(t)}{1 - F(t)}$$

- 2) T 의 확률밀도함수 $f(t)$ 가 다음과 같을 때,

$$f(t) = \frac{2t}{\beta^2} e^{-t^2/\beta^2}, \quad t > 0 \quad (\text{단, } \beta \text{는 양의 상수})$$

T 의 위험함수 $h(t)$ 를 구하시오. (4점)

- 3) T 의 위험함수가 $h(t) = 1 + 2t$, $t > 0$ 일 때, T 의 누적분포함수를 구하시오. (6점)

제 3 문. 한 시설은 출입 보안을 강화하기 위하여 새로운 출입 시스템을 도입하였다고 한다. 시설 출입을 위한 출입문의 잠금장치 표시창에는 네 개의 버튼이 있고, 이 중 한 버튼을 누르면 바로 비밀번호를 입력하는 화면으로 가게 되고, 다른 세 버튼 중 하나를 누르면 일시적으로 잠금장치가 활성화되어 1시간을 기다려야 다시 네 개의 버튼이 보이는 표시창이 나타난다. 버튼을 누르고 화면이 전환되는데 걸리는 시간을 0이라고 가정하고, 네 개의 버튼 중에서 바로 비밀번호를 입력하는 화면으로 가는 버튼의 위치는 매번 임의로 바뀌어 이 버튼을 누를 확률은 항상 $1/4$ 로 동일하다고 하자. 비밀번호를 해킹하는데 X 시간이 걸리며, X 는 $\alpha = 1$ 이고 $\beta = 3$ 인 감마분포를 따르고 감마분포의 확률밀도함수는 다음과 같다.

$$f(x) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)\beta^\alpha} x^{\alpha-1} e^{-x/\beta}, \quad x > 0 \quad (\text{단, } \alpha \text{와 } \beta \text{는 양의 상수})$$

여기서, $\Gamma(\alpha) = \int_0^\infty x^{\alpha-1} e^{-x} dx$ 이다. 다음 물음에 답하시오. (총 15점)

- 1) 불법으로 시설침입을 시도하는 어떤 사람 A가 바로 비밀번호를 입력하는 화면으로 가게 되는 버튼을 눌렀을 때, 비밀번호를 해킹하는데 걸리는 평균 시간을 구하시오. (4점)
- 2) 어떤 사람 B가 불법으로 시설에 침입하는데 걸리는 평균 시간을 구하시오. (6점)
- 3) 어떤 사람 C가 불법으로 시설에 침입하는데 0.5시간 이상 걸릴 확률을 구하시오. (단, $e^{-1/6}$ 은 0.85로 계산할 것) (5점)

인사혁신처 시험출제과장