계산기 사용가능 여부	**불가능**

수치해석

2019년도 국가공무원 5급(기술) 공개경쟁채용 제2차시험

응시번호 : **성명 :**

제 1 문. 어떤 방정식 $f(x)=0$에 대한 뉴턴 방법(Newton's method)을 이용하여, $r=\sqrt[3]{100}$의 근삿값을 구하고자 한다. 초기값을 x_0로 잡고 이 뉴턴 방법을 n번 적용한 값을 x_n, 이때의 오차를 $e_n=\left|x_n-r\right|$이라고 할 때, 다음 물음에 답하시오. (총 12점)

1) 위의 목적을 이룰 수 있도록 3차 다항식 $f(x)$를 하나 찾고, 이때 x_1을 x_0으로 표현하시오. (6점)

2) x_n의 값이 r에 수렴한다고 가정하자. 이때 e_n은 근사적으로 $e_{n+1}\approx\frac{1}{2}\left|\frac{f''(r)}{f'(r)}\right|e_n^2$을 만족한다. $e_3=10^{-2}$일 때, $e_n<10^{-14}$을 만족하는 n의 최솟값을 구하시오. (6점)

제 2 문. 구간 $[0,2\pi]$에서 연속인 함수 $f(x)$의 정적분을 다음과 같이 수치적 적분으로 근사하고자 할 때, 물음에 답하시오. (총 10점)

$$\int_0^{2\pi} f(x)dx\approx A_1f(0)+A_2f(\pi)$$

1) $f(x)=a+b\cos x$일 때, 좌변의 정적분과 우변의 수치적 적분의 값이 임의의 상수 a, b에 대하여 같도록 하는 상수 A_1과 A_2를 구하시오. (4점)

2) A_1, A_2가 1)에서 구한 값들이라고 하자. $f(x)=\cos(kx)$일 때, 좌변의 정적분과 우변의 수치적 적분의 값이 같도록 하는 자연수 k를 모두 구하시오. (6점)

제 3 문. 아래 연립방정식에 대하여 다음 물음에 답하시오. (총 15점)

$$\begin{aligned} x+2y-4z&=3\\ 3x-y+z&=8\\ x+3y-z&=7 \end{aligned}$$

1) 주어진 순서의 연립방정식에 Gauss-Seidel 반복법을 적용하면, 특정 초기벡터로 시작한 Gauss-Seidel 반복법이 수렴하지 않을 수 있음을 보이시오. (7점)

2) 임의의 초기벡터에 대해서 항상 Gauss-Seidel 반복법이 수렴하도록 방정식의 순서를 바꾸고, 그 이유를 설명하시오. (4점)

3) $\begin{bmatrix}x_0\\y_0\\z_0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2\\3\\2\end{bmatrix}$를 초기벡터로 할 때, 2)에서 얻은 연립방정식에 Gauss-Seidel 반복법을 적용하여 $\begin{bmatrix}x_1\\y_1\\z_1\end{bmatrix}$을 구하시오. (4점)

제 4 문. $\omega(x)=2x$이고 구간 $[0,2]$에서 연속인 함수 f와 g에 대한 내적을 아래와 같이 정의할 때, 다음 물음에 답하시오. (총 13점)

$$<f,g>=\int_0^2 f(x)g(x)\omega(x)\,dx$$

1) 이 내적에 대한 정규 직교다항함수(orthonormal polynomial) $p_0(x)$와 $p_1(x)$를 구하시오. (단, p_n은 n차 다항함수이다) (6점)

2) 위에서 정의한 내적에 대한, 함수 $f(x)=x^3$의 1차 최소제곱 근사다항함수(linear least square polynomial approximation) $p(x)$를 구하시오. (7점)

인사혁신처 시험출제과장