

수치해석

2017년도 국가공무원 5급(기술) 공개경쟁채용 제2차시험

응시번호 :

성명 :

제 1 문. 두 변수 x 와 y 에 대한 연립방정식이 다음과 같이 주어졌다.

$$\begin{cases} x^2 + 3y^2 - 9 = 0 \\ 5y - 2x^2 + 20 = 0 \end{cases}$$

x 와 y 에 대한 초기값이 $x_0 = 1, y_0 = -1$ 일 때, Newton 방법을 이용하여 이 연립방정식의 다음 단계의 근사해 x_1 과 y_1 을 구하시오. (10점)

제 2 문. 행렬 A 는 3×2 행렬로서 다음과 같이 QR 분해된다. (단, Q 는 3×3 직교행렬(orthogonal matrix)이고, R 은 3×2 상삼각행렬(upper triangular matrix)이다)

$$A = QR = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{6}} \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{6}} \\ 0 & -\frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{2}{\sqrt{6}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

벡터 $b = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ 일 때, $\|Ax - b\|_2$ 이 최솟값을 갖는 벡터 $x = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ 를 구하시오.

(단, $\|\cdot\|_2$ 는 유클리드 노름(norm)으로서 $\left\| \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} \right\|_2 = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ 으로

정의한다) (10점)

제 3 문. $f(x) = 2x^3 - 2x^2 + 1$ 이고 $g(x)$ 는 4차 이상의 다항식이라고 할 때, 다음 물음에 답하시오. (총 15점)

1) $f'(1)$ 의 근삿값을 간격 $h = 0.1$ 의 중앙차분식(central difference formula)을 이용하여 구하시오. (5점)

2) h 가 0으로 다가갈 때, $g''(x)$ 의 수치미분식으로서

$$\frac{g(x+h) - 2g(x) + g(x-h)}{h^2} \text{가 } \frac{g(x+2h) - 2g(x+h) + g(x)}{h^2} \text{보다}$$

더 작은 오차(error)의 크기를 갖는 근사식임을 보이시오. (10점)

제 4 문. 초기값 문제 $\frac{dy}{dt} = -30y$, $y(0) = 10$ 의 해는 $y(t) = 10e^{-30t}$ 이다. 다음 물음에 답하시오. (총 15점)

1) Explicit Euler 방법을 사용하여 $y(nh)$ 의 수치해 $y_h(nh)$ ($n = 1, 2, 3, \dots$)를 n 과 h 로만 표현하시오. (단, t 의 구간 $[0, \infty)$ 를 동일한 간격 h 로 분할한다) (10점)

2) $\lim_{n \rightarrow \infty} y_h(nh) = \lim_{n \rightarrow \infty} y(nh)$ 가 성립하기 위한 양수 h 의 범위를 구하시오. (5점)

인사혁신처 시험출제과장