

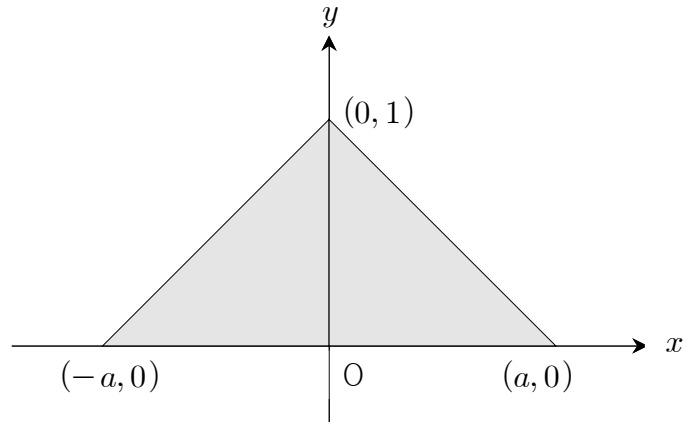
통 계 학

2022년도 국가공무원 5급(행정) 공개경쟁채용 제2차시험

응시번호 :

성명 :

제 1 문. 두 연속 확률변수 X, Y 의 결합확률분포(joint probability distribution)가 아래 그림의 삼각형 음영 영역에서 균일분포(uniform distribution)를 따른다고 하자. 다음 물음에 답하시오. (단, $a > 0$) (총 15점)



- 1) Y 의 기댓값 $E(Y)$ 와 Y 의 조건부 기댓값 $E(Y|X=x)$ 를 구하시오. (단, $-a < x < a$) (10점)
- 2) X 와 Y 의 공분산 $Cov(X, Y)$ 를 구하시오. (5점)

제 2 문. 4개의 이산 확률변수 X_1, X_2, X_3, X_4 는 서로 독립이고, 각각 아래의 확률 분포를 갖는다.

x	1	2	3	4
$P(X=x)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$

이들의 최댓값 M , 최솟값 m , 범위 R 를 각각

$$M = \max_{1 \leq i \leq 4} X_i, m = \min_{1 \leq i \leq 4} X_i, R = M - m$$

이라고 할 때, 다음 물음에 답하시오.

(총 15점)

- 1) $P(M=3)$ 을 구하시오. (3점)
- 2) 최솟값 m 의 누적분포함수(cumulative distribution function)를 구하시오. (7점)
- 3) 범위 $R = M - m$ 의 기댓값을 구하시오. (5점)

제 3 문. 세 확률변수 X_1, X_2, X_3 는 서로 독립이며, 각각 정규분포 $N(0, 2^2)$ 을 따른다.
또한, 확률변수 Y 는 감마분포 $\text{Gamma}(\alpha, \beta)$ 를 따른다. 여기서 $\text{Gamma}(\alpha, \beta)$ 의 확률밀도함수(probability density function)는 다음과 같다.

$$f(y) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)\beta^\alpha} y^{\alpha-1} \exp\left(-\frac{y}{\beta}\right), y > 0$$

$$T = \sqrt{\left(\frac{X_1}{2}\right)^2 + \left(\frac{X_2}{2}\right)^2 + \left(\frac{X_3}{2}\right)^2} \text{ 이라고 할 때, 다음 물음에 답하시오.}$$

(총 20점)

- 1) Y 의 적률생성함수(moment generating function) $M_Y(t)$ 가 다음과 같이 성립함을 보이시오. (5점)

$$M_Y(t) = (1 - \beta t)^{-\alpha}, t < \frac{1}{\beta}$$

- 2) T^2 의 적률생성함수를 구하시오. (5점)
3) T 의 확률밀도함수를 구하시오. (5점)
4) $\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\pi}$ 임을 이용하여 T 의 기댓값을 구하시오. (5점)

인사혁신처 시험출제과장