

수치해석

2021년도 국가공무원 5급[기술] 공개경쟁채용 제2차시험

응시번호 :

성명 :

제 1 문. 방정식 $x^2 - 2 = 0$ 의 양의 해를 r 이라 하고 그 근삿값을 계산하려 한다.
물음에 답하시오. (총 12점)

- 해 r 은 구간 $[0, 2]$ 에 포함됨을 보이시오. (3점)
- 구간 $I_0 = [0, 2]$ 에서 이분법(bisection method)을 이용하여 $r \in I_1 \subseteq I_0$ 을 만족하고 길이가 1인 구간 I_1 을 구하시오. (3점)
- $x_0 = 2$ 를 시작점으로 하는 뉴턴 방법(Newton method)을 이용하여 x_1 을 구하시오. (3점)
- $x_0 = 2, x_1 = 3$ 을 시작점으로 하는 할선법(secant method)을 이용하여 x_2 를 구하시오. (3점)

제 2 문. $f(0) = 1, f(2) = 3, f(3) = 0$ 인 함수 f 에 대하여 물음에 답하시오. (총 10점)

- 뉴턴의 분할 차분(Newton's divided differences)을 이용하여 $p_2(0) = f(0), p_2(2) = f(2), p_2(3) = f(3)$ 인 2차 보간다항식 $p_2(x)$ 를 구하시오. (5점)
- $p_3(0) = f(0), p_3(2) = f(2), p_3(3) = f(3)$ 인 3차 보간다항식 $p_3(x)$ 는 무한히 많이 존재함을 보이시오. (5점)

제 3 문. 다음 행렬 A 에 대하여 물음에 답하시오. (총 12점)

$$A = \begin{pmatrix} 16 & 4 & 4 & 4 \\ 4 & 5 & 2 & 2 \\ 4 & 2 & \frac{9}{4} & \frac{3}{2} \\ 4 & 2 & \frac{3}{2} & \frac{11}{8} \end{pmatrix}$$

- 행렬 A 를 $A = U^t U$ 의 형태로 표현할 수 있는 4×4 상삼각행렬(upper triangular matrix) U 를 구하시오. (단, U^t 는 U 의 전치행렬이고 U 의 대각성분은 모두 양수이다) (6점)
- 1)의 결과를 이용하여 벡터 $b = \left(12, -1, \frac{5}{4}, \frac{15}{8}\right)^t$ 에 대해 $Ax = b$ 를 만족하는 벡터 x 를 구하시오. (6점)

제 4 문. 함수 $f(x)$ 의 수치 적분값을 구하는 방법 중의 하나는 주어진 적분 구간 $[a, b]$ 에 속하는 n 개의 점 t_i ($i = 1, 2, \dots, n$)와 각 점에 대응되는 가중치 (weight) C_i ($i = 1, 2, \dots, n$)를 사용하여

$$\int_a^b f(x) dx \approx \sum_{i=1}^n C_i f(t_i)$$

로 근사(approximate)시키는 것이다. 물음에 답하시오. (총 16점)

1) $n = 2$ 이고, 구간 $[a, b] = [-1, 1]$ 에서

$$\int_{-1}^1 f(x) dx \approx \sum_{i=1}^2 C_i f(t_i)$$

로 근사시킬 때, $f(x) = 1$, $f(x) = x$, $f(x) = x^2$, $f(x) = x^3$ 인 경우에는 근삿값이 실제 적분값과 일치하는 t_1 , t_2 , C_1 , C_2 의 값을 구하시오. (8점)

2) 1)의 결과를 이용하여 다음 적분의 수치 적분값을 구하시오. (8점)

$$\int_{-1}^1 \cos \frac{\pi}{\sqrt{3}} x \, dx$$