

통 계

2023년도 국가공무원 5급(기술) 공개경쟁채용 제2차시험

응시번호 :

성명 :

제 1 문. 확률변수 X 의 확률밀도함수가 다음과 같다.

$$f(x) = 3e^{-3x}, \quad 0 < x < \infty$$

두 확률변수 X_1, X_2 는 서로 독립이며, 각각 X 와 동일한 분포를 따른다.
 $W = e^{-3X}, Y_1 = \min(X_1, X_2), Y_2 = \max(X_1, X_2)$ 라고 할 때, 다음 물음에
 답하시오. (총 15점)

- 조건부확률 $P\left(W > \frac{2}{3} \mid W > \frac{1}{2}\right)$ 을 구하시오. (5점)
- $S = 3Y_1, T = (Y_2 - Y_1)$ 이라고 할 때, S 와 T 의 결합확률밀도함수를 구하시오. (6점)
- S 와 T 의 주변확률밀도함수를 구하고 서로 독립인지 설명하시오. (4점)

제 2 문. 자료 $(y_i, x_{i1}, x_{i2}) \ (i = 1, 2, \dots, n)$ 에 다중선형회귀모형

$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \epsilon_i \ (i = 1, 2, \dots, n)$ 를 가정하고 최소제곱법으로
 추정한 적합값을 $\hat{y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_{i1} + \hat{\beta}_2 x_{i2} \ (i = 1, 2, \dots, n)$ 라고 하자. 다음
 물음에 답하시오. (단, ϵ_i 는 평균이 0인 오차항이고, $i = 1, 2, \dots, n$ 이다)
 (총 15점)

- 종속변수 y 와 적합값 \hat{y} 의 표본공분산은 $\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2$ 임을 증명하시오.
 (단, $\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i$) (7점)
- 종속변수 y 와 적합값 \hat{y} 의 표본상관계수를 제공하면 적합한 회귀모형의
 결정계수 R^2 과 같음을 증명하시오. (4점)
- 자료 $(y_i, \hat{y}_i) \ (i = 1, 2, \dots, n)$ 에 단순선형회귀모형 $y_i = \gamma_0 + \gamma_1 \hat{y}_i + \delta_i$
 $(i = 1, 2, \dots, n)$ 를 적합하여 얻은 γ_0 과 γ_1 의 최소제곱 추정량이 각각
 $\hat{\gamma}_0 = 0$ 과 $\hat{\gamma}_1 = 1$ 이 됨을 증명하시오. (단, δ_i 는 평균이 0인 오차항이고,
 $i = 1, 2, \dots, n$ 이다) (4점)

제 3 문. 확률변수 Y 의 분포가 다음과 같다.

y	-1	0	1
$P(Y=y)$	$\frac{1}{2}\theta$	$1-\theta$	$\frac{1}{2}\theta$

Y_1, Y_2, \dots, Y_n 을 Y 분포로부터의 크기 n 인 확률표본(random sample)이라 하자.
다음 물음에 답하시오. (단, $0 \leq \theta \leq 1$) (총 20점)

- 1) $U = (Y_2 - Y_1)^2$ 의 확률분포를 구하시오. (5점)
- 2) $W = \frac{1}{2}U$ 의 기댓값과 분산을 구하시오. (5점)
- 3) Y_1, Y_2, \dots, Y_n 가운데 영(0)이 아닌 것들의 비율을 Z 라고 할 때, Z 의 기댓값과 분산을 구하시오. (5점)
- 4) $n = 2$ 일 때, θ 에 대한 추정량으로 W 와 Z 가운데 어느 것이 더 나은 추정량인지 설명하시오. (5점)

인사혁신처 시험출제과장