

수치해석

2012년 시행 5급(기술) 공채 제2차시험

응시번호 :

성명 :

제 1 문. 다음 점화식은 제곱근 \sqrt{a} 를 구하는 Newton방법이다. 다음 물음에 답하시오.
(총 16점)

$$x_{n+1} = \frac{x_n}{2} + \frac{a}{2x_n}, \quad n = 0, 1, 2, \dots ; \quad x_0 = \max\{a, 1\}$$

- 1) 모든 n 에 대하여 $x_n \geq \sqrt{a}$ 임을 보이시오. (4점)
- 2) $\{x_n\}$ 이 감소수열임을 보이시오. (4점)
- 3) 모든 n 에 대하여 $x_n - \sqrt{a} \leq 2(x_n - x_{n+1})$ 임을 보이시오. (4점)
- 4) 주어진 수열 $\{x_n\}$ 이 \sqrt{a} 로 수렴함을 보이시오. (4점)

제 2 문. $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$, $b = \begin{bmatrix} 8 \\ 8 \\ 5 \end{bmatrix}$ 일 때, 선형방정식 $Ax = b$ 의 해를 구하는 반복법 중, Gauss-Seidel방법은 수렴하고 Jacobi방법은 발산함을 고유치를 이용하여 보이시오. (10점)

제 3 문. 구간 $[0,1]$ 을 소구간의 길이가 h 가 되도록 균등분할하였을 때, $R = \int_0^1 f(x)dx$ 의 수치적분(numerical quadrature) 값 R_h 가 다음과 같이 주어지고

$$R_{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}, \quad R_{\frac{1}{4}} = \frac{7}{8}$$
$$R_{\frac{1}{8}} = \frac{31}{32}, \quad R_{\frac{1}{16}} = \frac{127}{128}$$

어떤 자연수 k 에 대하여 오차가 $R - R_h = Ch^k$ 일 때, 리차드슨 외삽법 (Richardson's extrapolation)을 적용하여 k , C 및 R 의 값을 구하시오. (12점)

제 4 문. 구간 $[0,1]$ 상에서 정의된 임의의 두 함수 f, g 에 대하여 내적을 다음과 같이 정의하자.

$$\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(x)g(x)dx$$

$\{\sin k\pi x \mid k = 1, 2, \dots, 10\}$ 의 일차결합으로 생성되는 함수공간을 V 라 할 때, 다음 경계치문제의 근사해 $U(x)$ 를 함수공간 V 상에서 구하시오. (단, $R(U)$ 는 위의 내적에 의하여 유도된 노름(norm)에 대하여 최소가 된다) (12점)

$$\begin{cases} R(u) \equiv -u'' + u - x = 0, & 0 < x < 1, \\ u(0) = u(1) = 0. \end{cases}$$

행정안전부 시험출제과장