

통 계 학

2018년도 국가공무원 5급[행정] 공개경쟁채용 제2차시험

응시번호 :

성명 :

제 1 문. 다음은 확률변수 X 와 Y 의 결합확률분포표이다.

$Y \backslash X$	-1	0	2	합계
-1	a	0.1	b	0.4
0	c	d	e	f
1	0.2	g	0.1	h
합계	i	0.4	j	1

다음 물음에 답하시오.

(총 15점)

- 1) $E(X) = 0$, $E(Y) = 0$, $Cov(X, Y) = 0$ 이라고 할 때 위의 분포표를 완성하시오. (7점)
- 2) X 와 Y 는 서로 독립인지 아닌지 밝히고 그 이유를 설명하시오. (3점)
- 3) 사건 A 를 $X \geq 0$ 인 사건이라 할 때 $E(X|A)$ 를 구하시오. 단, 1)에서 결합확률분포표를 완성하지 못한 경우에는 주어진 기호를 이용하여 구하는 식을 구체적으로 제시하시오. (5점)

제 2 문. 두 개의 설명변수 x_1 과 x_2 에 따른 반응변수 y 의 변화를 알아보기 위하여 다음과 같은 다중선형회귀모형을 적합하였다.

$$\text{모형: } y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \epsilon_i, \quad i = 1, \dots, 10.$$

(단, 오차항은 평균이 0이고 분산이 σ^2 인 정규분포를 따르며 서로 독립이다)

$$\text{수집한 총 10개의 데이터를 통해 } (X^T X)^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{10} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{20} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{8} \end{bmatrix}, \quad X^T \mathbf{y} = \begin{bmatrix} 108 \\ 32 \\ 14 \end{bmatrix}$$

임을 알 수 있었다. 여기서 X 는 설명변수 값들로 구성된 열들을 포함하는 (10×3) 크기의 계획행렬(design matrix)이고, X^T 는 이 계획행렬의 전치행렬(transpose matrix)이며, \mathbf{y} 는 반응변수의 값들로 구성된 (10×1) 크기의 벡터이다. 위의 $(X^T X)^{-1}$ 와 $X^T \mathbf{y}$ 를 이용하여 다음 물음에 답하시오. (총 15점)

- 1) 추정된 다중선형회귀모형식을 구하시오. (5점)
- 2) 추정된 회귀모형에 대한 다음의 분산분석표를 완성하시오. (3점)

<표 1> 분산분석표

요인	제곱합	자유도	F
회귀	76	(1)	(3)
잔차	35	(2)	

- 3) 설명변수 x_1 의 회귀계수 β_1 에 대한 95% 신뢰구간을 구하시오. (3점)

<표 2> t -분포의 위치값 t_α

α	자유도									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0.05	6.314	2.920	2.353	2.132	2.015	1.943	1.895	1.860	1.833	1.812
0.025	12.706	4.303	3.182	2.776	2.571	2.447	2.365	2.306	2.262	2.228

(단, t -분포를 따르는 확률변수 T 에 대하여 $P(T \geq t_\alpha) = \alpha$ 이다)

- 4) 오차항의 분산 σ^2 의 최우추정값(maximum likelihood estimate)을 구하시오. (4점)

제 3 문. 확률변수 X_1, \dots, X_n 은 서로 독립이며 모두 구간 $(0, 1)$ 에서 균일분포를 따르고
 확률변수 U_i ($i = 1, \dots, n$)와 S_n 은 아래와 같이 정의한다.

$$U_i = \begin{cases} 1, & X_i \leq 1/n \text{ 일 때} \\ 0, & X_i > 1/n \text{ 일 때} \end{cases}$$

$$S_n = U_1 + \dots + U_n$$

다음 물음에 답하시오. (총 20점)

- 1) $E(U_1)$ 을 구하시오. (3점)
- 2) $P(S_4 = 1)$ 을 구하시오. (4점)
- 3) $n = 4$ 일 때, 조건부 확률 $P(X_1 \leq \frac{1}{4} | S_4 = 3)$ 을 구하시오. (6점)
- 4) $Y_i = -\log(1 - X_i)$, $i = 1, \dots, n$ 이라고 할 때 Y_1 의 확률밀도함수를 구하시오.
 (단, \log 는 자연로그를 의미한다) (7점)

인사혁신처 시험출제과장